

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКА

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/ Нальгиева М. А.
от « 12 » 03 2025 г.

_____/ Кульбужев Б. С.
от « 14 » 03 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.09.06 Теория вероятности и математическая статистика

Направление подготовки (бакалавриат)

03.03.02 Физика

(код, наименование)

Направленность

Физика

(наименование профиля, магистерской программы, специализации)

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения очная

(очная, заочная, очно-заочная)

Магас, 2025

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины ТВиМС является формирование теоретических знаний при изучении массовых случайных явлений и присущих им закономерностях; практических навыков применения методов, приемов и способов научного анализа данных для определения обобщающих эти данные характеристик.

2. Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	В/03.6	6

01.001	Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18
--------	---

	октября 2013 г. № 544н(зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный №30550), с изменением, внесенным приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 5 августа 2016г.№422н (зарегистрирован Министерством юстиции РФ 23 августа 2016г., регистрационный № 43326)
--	--

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций:

Перечень задач профессиональной деятельности выпускников:

Область профессиональной деятельности (по Реестру Минтруда)	Типы задач профессиональной деятельности	Задачи профессиональной деятельности	Объекты профессиональной деятельности (или области знания)
01 Образование	Педагогический	Разработка и реализация образовательных программ СПО и программ ДО	Образовательные программы и образовательный процесс в системе СПО и ДО
06 Связь, информационные и коммуникационные технологии	Научно-исследовательский	Исследование, разработка, внедрение и сопровождение информационных технологий и систем	Информационные процессы, технологии, системы и сети, их инструментальное (программное, техническое, организационное) обеспечение, способы и методы проектирования, отладки, производства и эксплуатации информационных технологий и систем в различных областях и сферах цифровой экономики

2.Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 03.03.02. «Физика». Дисциплина Б1.0.09.06 «ТВ и МС» является логическим продолжением курса математического анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов школьного курса алгебры и начал анализа, математического анализа, алгебры и информатики.

3.Результаты освоения дисциплины (модуля)Б1.0.09.06Теория вероятностей и математическая статистика

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО (3++) по данному направлению:

Наименование категории (группы) УК	Код, наименование универсальной компетенции	Код, наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;
		УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;
		УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
		УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения;
		УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач. ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.	Знает физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе. Умеет использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для освоения общепрофессиональных дисциплин и решения профессиональных задач, оценивает достоверность

2.14.	Тема 2.14. Понятие о теореме Ляпунова. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.		2						4			4		
2.15.	Тема 2.15. Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.		2						4			2		
2.16.	Тема 2.16. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения. а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.		2						4			4		
2.17.	Тема 2.17. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.		2						4			4		
2.18.	Тема 2.18. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу, в прямоугольник. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность). Вероятностный смысл двумерной СВ.		2						4			2		
2.19.	Тема 2.19. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.		2						2			4		
2.20.	Тема 2.20. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ. Условное математическое ожидание.		2						2			5		
2.21.	Тема 2.21. Числовые характеристики систем двух СВ. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.		2	2					2			5		
2.22.	Тема 2.22. Нормальный закон распределения на плоскости. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.								4			5		
3.	Раздел 3. Элементы математической статистики. Выборочный метод													
3.1.	Тема 3.1. Выборочный метод. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и диграма.								4		5			

3.2.	Тема 3.2. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.			2						4		5				
3.3.	Тема 3.3. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.			2						4						
3.4.	Тема 3.4. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.			2						4			5			
3.5.	Тема 3.5. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.			2						2			5			
3.6.	Тема 3.6. Заключительная лекция по пройденному материалу.			2								5				
Общая трудоемкость, в часах				36	32			108		40	Промежуточная					
											Форма					
											Зачет					

4.2. Содержание дисциплины (модуля) Б1.0.04.06 Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 1. Введение в теорию вероятностей. Экскурсия в историю. Различные подходы к определению вероятности.

Случайные явления. Статистический подход к понятию вероятности. Классическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Парадокс де Мере. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.

Тема 2. Понятие вероятностного пространства. Аксиомы теории вероятностей.

Элементарные и случайные события. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий. Алгебраические операции над событиями. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.

Понятие измеримого пространства. Дополнительная аксиома непрерывности. Аксиоматика Колмогорова. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.

Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.

Тема 3. Условная вероятность. Независимость событий. Предельные теоремы в схеме Бернулли.

Условная вероятность. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернуштейна. Вероятность произведения событий. Независимость алгебры сигма-алгебр. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Обсуждение скорости сходимости и исследования различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли. Область применения доказанных предельных теорем.

Тема 4. Случайные величины и их распределения.

Случайные величины. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.

Тема 5. Числовые характеристики случайных величин.

Математическое ожидание и его свойства для случая дискретного и непрерывного распределений случайных величин. Дисперсия и ее свойства. Моменты.

Коэффициенты асимметрии и эксцесса. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство

Чебышёва, правило "трёх сигм".

Задача регрессии. Условное математическое ожидание.

Тема 6. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Моментные характеристики случайных векторов.

Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов. Многомерные распределения. Свойства совместных функции распределения и функции плотности. Критерий независимости случайных величин. Свойства независимых случайных величин. Свертка функций распределения и функций плотности.

Смешанные моменты второго порядка для случайных величин. Свойства ковариации и коэффициента корреляции. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства. Многомерное нормальное распределение. Некоррелированность и независимость случайных величин и их соотношение. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.

Тема 7. Законы больших чисел Чебышёва. Закон больших чисел Я. Бернулли.

Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины. Закон больших чисел Чебышёва. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем. Следствия из предельных

теорем. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.

Тема 8. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.

Тема 9. Функции распределения вероятностей СВ. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.

Тема 10. Нормальное распределение:

а) числовые характеристики;

б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины;

в) правило трех сигм.

Тема 11. Понятие о теореме Ляпунова. Оценка отклонения теоретического распределения от

нормального. Асимметрия и эксцесс.

Тема 12. Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.

Тема 13. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения.

- а) Распределение «Хи-квадрат»;
- б) Распределение Стьюдента.

Тема 14. Системы 2-х случайных величин:

- а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ;
- б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.

Тема 15. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу, в прямоугольник.

Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность). Вероятностный смысл двумерной СВ.

Тема 16. Свойства двумерной плотности вероятности. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.

Тема 17. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ. Условное математическое ожидание.

Тема 18. Числовые характеристики систем двух СВ. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.

Тема 19. Нормальный закон распределения на плоскости. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.

Тема 20. Выборочный метод. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон и дистограмма.

Тема 21. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.

Тема 22. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.

Тема 23. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.

Тема 24. Методы расчета сводных характеристик выборки:

- а) условные варианты;
- б) условные эмпирические моменты;
- в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

Тема 25. Заключительная лекция по пройденному материалу.

5. Образовательные технологии

В освоении дисциплины используются следующие образовательные технологии:

- практические (семинарские) занятия, дискуссий и обмена мнениями, разбора альтернативных ситуаций;
- индивидуальные консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками, с Интернет ресурсами;

- задачи (примеры);
- контрольные опросы (промежуточный контроль), зачет и экзамен.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Количество часов
5-6	Тема 1.2.-1.5	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Контрольная работа Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	10 часов
8-9	Тема 1.6.-1.8.	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Контрольная работа Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	8 часов

10-11	Тема 1.1-1.8	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Подготовка к тестированию Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	4 часа
12-13	Тема 2.1-2.7	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	6 часов
25-26	Тема 2.10-2.13	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	6 часов

27-28	Тема 2.14-2.17	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	6 часов
29-30	Тема 2.18-2.20	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой	О: [1-3] Д: [1-3]	4 часа
31-32	Тема 2.21-2.22	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации,	О: [1-3] Д: [1-3]	4 часа

		связанных с темой		
33-35	Тема 3.1-3.2	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой		4 часа
36-39	Тема 3.3-3.5	Подготовка к практическим занятиям по вопросам, предложенным преподавателем Самостоятельное решение практических заданий Подготовка к вопросам промежуточной аттестации, связанных с темой		4 часа

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;
- 2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов;

подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимы для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Тест по дисциплине «ТВ и МС»

Вариант 1

Тема: Вероятности случайных событий	
Вопрос	Вопрос
1 Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется а) перестановкой б) размещением в) сочетанием г) затрудняюсь ответить	2. Упорядоченное подмножество из n элементов по m элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется ... а) сочетанием б) размещением в) перестановкой г) затрудняюсь ответить
3. ... из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые отличаются друг от друга, по крайней мере, одним элементом. а) перестановкой б) размещением в) сочетанием г) затрудняюсь ответить	4. Событие, которое обязательно произойдет, называется ... а) невозможным б) достоверным в) случайным г) затрудняюсь ответить
5. Событие называется ..., если оно не может произойти в результате данного испытания. а) случайным	6. Событие A и \bar{A} называется ..., если непоявление одного из них в результате данного испытания влечет

b) невозможным c) достоверным d) затрудняюсь ответить	появление другого. a) совместимыми b) несовместимыми c) противоположными d) затрудняюсь ответить
7. Число перестановок определяется формулой a) $P_n = n!$ b) $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ c) затрудняюсь ответить d) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$	8. Число сочетаний определяется формулой a) $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ b) $C_m^n = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ c) $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ d) затрудняюсь ответить
9. Вероятность достоверного события равна a) >1 b) 1 c) 0 d) затрудняюсь ответить	10. Вероятность невозможного события равна a) >1 b) 1 c) 0 d) затрудняюсь ответить
11. Отношение числа испытаний, в которых событие появилось, к общему числу фактически произведенных испытаний называется a) классической вероятностью b) относительной частотой c) затрудняюсь ответить d) геометрической вероятностью	12. Вероятность появления события А определяется неравенством a) $0 < P(A) < 1$ b) $0 \leq P(A) \leq 1$ c) $0 < P(A) \leq 1$ d) затрудняюсь ответить
13. Сумма вероятностей противоположных событий равна a) 1 b) 0 c) затрудняюсь ответить	14. Вероятность $P_A(B)$ называется a) классической вероятностью b) геометрической вероятностью c) условной вероятностью d) затрудняюсь ответить
15. Формула называется $P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)$ a) формулой полной вероятности b) формулой Байеса c) формулой Бернулли d) затрудняюсь ответить	16. Позволяет переоценить вероятность гипотез после того как становится известным результат испытания a) формула полной вероятности b) формула Байеса c) формула Бернулли d) затрудняюсь с ответом
17. Вероятность того, что в n испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события А равна P ($0 \leq P \leq 1$), событие наступит ровно m раз определяется по a) формуле Бернулли b) теореме Муавра-Лапласа c) интегральной теореме Лапласа	18. Формула Муавра–Лапласа применяется в случаях, когда a) n - велико b) n мало c) $n < 5$ d) затрудняюсь ответить
19. Функция $\varphi(x)$ в формуле Муавра – Лапласа a) четная b) нечетная c) затрудняюсь ответить	20. Вероятность p наступления события А в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, то

	<p>вероятность определяется по</p> <p>a) формуле Бернулли b) интегральной теореме Лапласа c) локальной теореме Лапласа d) затрудняюсь ответить</p>
<p>21. $\Phi(x)$ в локальной теореме Лапласа</p> <p>a) четная b) нечетная c) затрудняюсь ответить</p>	<p>22. Вычислить P_4</p> <p>a) 4 b) 16 c) 24 d) затрудняюсь ответить</p>
<p>23. Вычислить A_6^4</p> <p>a) 24 b) 120 c) 360 d) затрудняюсь ответить</p>	<p>24. Отношение меры области, благоприятствующей появлению события, к мере всей области называется</p> <p>a) геометрической вероятностью b) классической вероятностью c) затрудняюсь ответить</p>

Эталон ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
a	b	b	b	b	b	d	c	b	c	b	b	a	c	a	b	a	a	a	c	b	c	c	a

Контрольная работа №1

- Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?
- Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок}?
- Десять участников финала разыгрывают! одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
- В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
- Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?

6. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов
7. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
8. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
9. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?
10. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?
11. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
12. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

Контрольная работа №2

1. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
2. Из промежутка $[0; 2]$ наудачу выбраны два числа x и y . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

Контрольная работа №3

1. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
2. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.

3. Прибор, работающий в течение времени t , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени t отказать. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время t вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7. Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время t ?
4. Экзаменуемым по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?
5. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
6. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта О и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта О попадет в пункт А?

Контрольная работа № 4

1. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время t равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время t имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время t работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?
2. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар. а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
3. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

Вопросы к зачёту:

1. Случайные явления.
2. Статистический подход к понятию вероятности.
3. Классическая вероятность.
4. Геометрическая вероятность.
5. Парадокс де Мере.
6. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
7. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
8. Элементарные и случайные события.
9. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
10. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
11. Алгебраические операции над событиями.
12. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
13. Понятие измеримого пространства.
14. Дополнительная аксиома непрерывности.
15. Аксиоматика Колмогорова.
16. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
17. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
18. Условная вероятность. Независимость событий.
19. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
20. Вероятность произведения событий.
21. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
22. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
23. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
24. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
25. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
26. Область применения доказанных предельных теорем.
27. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
28. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
29. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
30. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
31. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
32. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
33. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
34. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
35. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
36. Многомерные распределения.
37. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
38. Критерий независимости случайных величин.
39. Свойства независимых случайных величин.
40. Свертка функций распределения и функций плотности.

41. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
42. Случайные явления.
43. Статистический подход к понятию вероятности.
44. Классическая вероятность.
45. Геометрическая вероятность.
46. Парадокс де Мере.
47. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
48. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
49. Элементарные и случайные события.
50. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
51. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
52. Алгебраические операции над событиями.
53. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
54. Понятие измеримого пространства.
55. Дополнительная аксиома непрерывности.
56. Аксиоматика Колмогорова.
57. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
58. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
59. Условная вероятность. Независимость событий.
60. Парная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
61. Вероятность произведения событий.
62. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
63. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
64. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
65. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
66. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
67. Область применения доказанных предельных теорем.
68. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
69. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
70. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
71. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
72. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
73. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
74. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
75. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
76. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
77. Многомерные распределения.
78. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
79. Критерий независимости случайных величин.
80. Свойства независимых случайных величин.

81. Свертка функций распределения и функций плотности.
82. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
83. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
84. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
85. Многомерное нормальное распределение.
86. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
87. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.
88. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
89. Закон больших чисел Чебышёва.
90. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
91. Следствия из предельных теорем.
92. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
93. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
94. Функции распределения вероятностей СВ.
95. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
96. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
97. Понятие о теореме Ляпунова.
98. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
99. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
100. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
101. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения: а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стюдента.
102. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
103. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
104. Вероятностный смысл двумерной СВ.
105. Свойства двумерной плотности вероятности.
106. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
107. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
108. Условное математическое ожидание.
109. Числовые характеристики систем двух СВ.
110. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
111. Нормальный закон распределения на плоскости.
112. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
113. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
114. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
115. Статистическое распределение выборки.
116. Эмперическая функция распределения.
117. Полигон и диграмма.
118. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
119. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
120. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
121. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
122. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.

123. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1.	Аудиторная контрольная работа (проверка и оценка)	Раздел 1. Тема 1.2 – 1.5.	ОПК-1 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
		Раздел 2. Тема 1.6. – 1.8.	
		Раздел 3. Тема 2.10-2.13.	
		Раздел 4. Тема 2.14-2.16.	
		Раздел 5. Тема 2.17-2.19.	
		Раздел 6. Тема 2.10-2.13.	
		Раздел 7. Тема 2.14-2.16.	
		Раздел 8. Тема 2.17-2.19.	
2.	Тестирование. Подготовка к тестированию. (оценка результатов)	Раздел 1. Тема 1.1.- 1.8.	ОПК-1 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
		Раздел 2. Тема 2.20-2.22.	
		Раздел 3. Тема 3.4-3.5.	
3.	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 2. Тема 2.1.- 2.7.	ОПК-1 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний
		Раздел 3. Тема 3.1-3.2.	
		Раздел 3. Тема 3.6.-3.7.	
4.	Зачет	Раздел 1. Тема 1.1.- 2.9.	ОПК-1 Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической

			<p>статистики</p> <p>Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач</p> <p>Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний</p>
5	Экзамен (экзаменационный билет)	Раздел 2. Тема 2.10-2.22. Раздел 3 . Тема 3.1-3.5.	<p>ОПК-1</p> <p>Знает верно и в полном объеме: основные понятия, методы и приемы теории вероятностей и математической статистики</p> <p>Умеет верно и в полном объеме: использовать в профессиональной деятельности математические методы при решении определенных задач</p> <p>Владеет навыками верно и в полном объеме: методикой построения, анализа и моделирования математических моделей для оценки состояния и прогноза вероятностных состояний</p>

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.

«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ИнГУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов. Компьютерный класс.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).

К основной (обязательной) литературе относятся учебники, учебные пособия, учебно-методическая литература и монографии, изучение которых является обязательным для овладения знаниями в полном объеме по дисциплине в соответствии с данной программой. К основной, прежде всего, относится литература, имеющая гриф Министерства образования и науки Российской Федерации или Учебно-методического объединения, рекомендующих издание к использованию в учебном процессе. В списке основной литературы указывается не более пяти источников, имеющих в достаточном количестве в фонде библиотеки. Если доступна электронная версия учебников, учебных пособий и т.д., следует указать для них режим доступа.

К дополнительной относится литература, рекомендуемая бакалаврам, магистрам для самостоятельного изучения при выполнении курсового проекта (работы), учебной научно-исследовательской работы, при написании рефератов, для подготовки к семинарам, практическим занятиям, лабораторным работам и другим учебным занятиям, а также для углубления и расширения знаний по данной дисциплине.

Все источники в основной и дополнительной литературе даются с полными библиографическими описаниями в соответствии с российским или западным стандартами оформления.

Для магистратуры обязательно наличие литературы на английском языке.

7.1. Учебная литература:

7.1. Учебная литература:

Основная литература

1. Шилова З.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / З.В. Шилова, О.И. Шилев. — Электрон. текстовые данные. — Саратов: Ай Пи Ар Букс, 2015. — 158 с. — 978-5-906-17262-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/33863.html>
2. Балдин К.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. — Электрон.текстовые данные. — М. : Дашков и К, 2014. — 473 с. — 978-5-394-02108-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/4444.html>
3. Логинов В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : лекции для студентов, обучающихся по специальности 080100.62 (Экономика) / В.А. Логинов. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московская государственная академия водного транспорта, 2013. — 188 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46854.html>

Дополнительная литература

1. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник для вузов / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. — Электрон.текстовые данные. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. — 352 с. — 5-238-00560-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8599.html>
2. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, АГРУС, 2013. — 257 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/47360.html>
3. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.С. Мхитарян [и др.]. — Электрон.текстовые данные. — М. : Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. — 336 с. — 978-5-4257-0106-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17047.html>

7.2. Интернет-ресурсы

1. e-Library.ru [Электронный ресурс]: Научная электронная библиотека. — URL: <http://elibrary.ru/> (дата обращения 11.05.2018).
2. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/> (дата обращения 11.05.2018).
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» [Электронный ресурс]. — URL: <http://biblioclub.ru/index.php> (дата обращения 11.07.2018). — Доступ к системе согласно правилам ЭБС и договором университета с ЭБС.
4. Электронно-библиотечная система IPRbooks[Электронный ресурс]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/> (дата обращения 11.07.2018). — Доступ к системе согласно правилам ЭБС и договором университета с ЭБС.

7.3. Программное обеспечение

Освоение дисциплины предполагает использование следующего программного обеспечения информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe

Acrobat Reader DC

KasperskyEndpointSecurityдляWindows

Для подготовки презентаций и их демонстрации необходима программа Impress из свободного пакета офисных приложений OpenOffice (или иной аналог с коммерческой или свободной лицензией).

7.4. Материально-техническое обеспечение:

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие, аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

1. Доска и мел (или более современные аналогии)
2. компьютерные и мультимедийные технологии
3. микрофон и соответствующие установки (для работы в больших аудиториях с многочисленными группами студентов)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»
(индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины (модуля))

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ ДИСЦИПЛИНОЙ

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.4. При обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.	Знать теоретические основы, основные понятия, законы и модели основных разделов физики; Уметь понимать, излагать и критически анализировать физическую информацию. Пользоваться теоретическими основами, законами и моделями физики; Владеть физическими и математическими методами обработки и анализа информации в области основных разделов физики.
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач. ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач	Знает: физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе. Умеет: использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для освоения общепрофессиональных дисциплин и решения

		области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.	профессиональных задач, оценивает достоверность полученного решения задачи. Владеет: навыками физических исследований, способен передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания.
--	--	--	--

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с

	грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.
--	---

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например, в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
практические занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачам. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы
экзамен	Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательно уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контрольная работа №1

13. Обед в университетской столовой состоит из трех блюд. Первое блюдо в меню может быть выбрано 5 способами, второе блюдо — 4, а третье блюдо — 3. Сколько дней студент может съедать новый обед, если любая комбинация блюд возможна, и один обед от другого должен отличаться хотя бы одним блюдом?
14. Пятеро гостей случайным образом рассаживаются за Столом, Сколькими способами можно их рассадить так, чтобы хотя бы 2 гостя поменялись местами {изменился порядок)?
15. Десять участников финала разыгрывают! одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти награды могут быть распределены между спортсменами?
16. В полуфинальном забеге участвуют десять спортсменов, Три спортсмена» показавшие лучший результат, попадают в финал. Сколько существует различных троек финалистов?
17. Для автомобильных номеров используются 10 цифр и 28 букв. Каждый номер состоит из 3 букв и 4 цифр. Какое максимальное число машин может получить номера при такой системе нумерации?
18. В цветочном киоске продается 10 наименований цветов. Покупатель желает приобрести букет из 5 цветов. Сколько существует комбинаций таких букетов
19. Имеется шестизначная кодовая комбинация, состоящая из трех цифр 1, 3, 5, в которой цифра 1 встречается один раз, цифра 3 два раза и цифра 5 — три раза. Сколько существует комбинаций таких наборов?
20. Описать пространство элементарных событий следующего опыта — брошены две игральные кости.
21. Имеется колода тщательно перемешанных карт (36 листов). Наугад вытаскивается одна карта. Сколько в среднем надо провести опытов, чтобы этой картой был туз пиковый?
22. Рассмотрим игру в преферанс, когда старшие 32 карты карточной колоды случайным образом распределяются между тремя игроками, получающими по 10 карт, и «прикупом», куда кладут 2 карты. Какова вероятность того, что в прикупе окажутся 2 туза?
23. Предположим, что один из играющих имеет 5 старших карт одной масти (черви), исключая даму. При объявлении ранга игры участнику приходится учитывать возможность образования у одного из вистующих — противников — комбинации из трех оставшихся червей. Какова вероятность этого события?
24. В поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренние дефекты. Какова вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными?

Контрольная работа №2

3. Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел от -1 до 1 больше нуля, а их произведение отрицательно.
4. Из промежутка $[0; 2]$ наудачу выбраны два числа x и y . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенству:

$$x^2 \leq 4y \leq 4x.$$

Контрольная работа №3

7. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
8. Подбрасываются 2 монеты. Найдите вероятность выпадения на обеих монетах герба.

9. Прибор, работающий в течение времени t , состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может в течение времени t отказаться. Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора. За время t вероятность безотказной работы узлов соответственно равна: 0,8; 0,9; 0,7. Какова надежность прибора (вероятность безотказной работы) за время t ?
10. Экзаменующимся по теории вероятностей было предложено 34 билета. Студент дважды извлекает по одному билету из предложенных (не возвращая их). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если он подготовил лишь 30 билетов и в первый раз вытянул «неудачный» билет?
11. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся два белых и один черный шар. Во второй урне — три белых и один черный, а в третьей урне — два белых и два черных. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны извлечет белый шар?
12. Представим себе странника, идущего из некоторого пункта O и на разветвлении дорог выбирающего наугад один из возможных путей. Какова вероятность того, что странник из пункта O попадет в пункт A ?

Контрольная работа № 4

4. Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества, 40 % приборов собирается из высококачественных деталей, и их надежность за время t равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время t имеют надежность 0,7. Прибор испытан и за время t работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?
5. В урне находятся три шара белого и черного цвета, причем распределение числа шаров по цветам неизвестно. В результате испытания из урны извлекли один шар. а) Сформулируйте гипотезы о содержимом урны до испытания и укажите их вероятности. б) Найдите вероятности гипотез после испытания, состоящего в извлечении из урны белого шара.
6. Три организации представили в налоговую инспекцию отчеты для выборочной проверки. Первая организация представила 15 отчетов, вторая — 10, третья — 25. Вероятности правильного оформления отчетов у этих организаций известны и соответственно равны: 0,9; 0,8 и 0,85. Наугад был выбран один отчет, и он оказался правильным, Какова вероятность того, что этот отчет принадлежит второй организации?

Вопросы к зачёту:

124. Случайные явления.
125. Статистический подход к понятию вероятности.
126. Классическая вероятность.
127. Геометрическая вероятность.
128. Парадокс де Мере.
129. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
130. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
131. Элементарные и случайные события.
132. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
133. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
134. Алгебраические операции над событиями.
135. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
136. Понятие измеримого пространства.

137. Дополнительная аксиома непрерывности.
138. Аксиоматика Колмогорова.
139. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
140. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
141. Условная вероятность. Независимость событий.
142. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
143. Вероятность произведения событий.
144. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
145. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
146. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
147. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
148. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
149. Область применения доказанных предельных теорем.
150. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
151. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
152. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
153. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
154. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
155. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
156. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
157. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
158. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
159. Многомерные распределения.
160. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
161. Критерий независимости случайных величин.
162. Свойства независимых случайных величин.
163. Свертка функций распределения и функций плотности.
164. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.

Вопросы к экзамену:

165. Случайные явления.
166. Статистический подход к понятию вероятности.
167. Классическая вероятность.
168. Геометрическая вероятность.
169. Парадокс де Мере.
170. Элементы комбинаторики: правило суммы и произведения; размещения, сочетания с повторением и без повторения, перестановки.
171. Схема случайного выбора с возвращением и без возвращения. Примеры.
172. Элементарные и случайные события.

173. Определения невозможного, достоверного событий, сумм, произведения, разности событий, противоположного события.
174. Понятие алгебры и сигма-алгебры событий.
175. Алгебраические операции над событиями.
176. Дискретные и непрерывные вероятностные пространства. Примеры соответствующих пространств.
177. Понятие измеримого пространства.
178. Дополнительная аксиома непрерывности.
179. Аксиоматика Колмогорова.
180. Доказательство теоремы об эквивалентности аксиомы непрерывности (плюс конечной аддитивности) и аксиомы сигма-аддитивности.
181. Свойства вероятности. Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру. Теорема Каратеодори.
182. Условная вероятность. Независимость событий.
183. Попарная независимость и независимость в совокупности. Пример С.Н. Бернштейна.
184. Вероятность произведения событий.
185. Независимость алгебр и сигма-алгебр.
186. Схема Бернулли как вероятностное пространство, описывающее независимые опыты.
187. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
188. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная предельная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа, теорема Пуассона.
189. Обсуждение скорости сходимости и исследование различных вероятностей "успеха" в независимых испытаниях Бернулли.
190. Область применения доказанных предельных теорем.
191. Функции от случайных величин. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
192. Распределение случайной величины. Типы распределений: дискретный, непрерывный, сингулярный.
193. Функция плотности и ее свойства. Примеры распределений: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, показательное, нормальное и др.
194. Математическое ожидание и его свойства для случаев дискретного и непрерывного распределений случайных величин.
195. Дисперсия и ее свойства. Моменты.
196. Коэффициенты асимметрии и эксцесса.
197. Квантили, медианы и моды. Примеры. Неравенство Чебышёва, правило "трёх сигм".
198. Задача регрессии. Условное математическое ожидание.
199. Случайные векторы. Независимость случайных величин. Примеры случайных векторов.
200. Многомерные распределения.
201. Свойства совместных функции распределения и функции плотности.
202. Критерий независимости случайных величин.
203. Свойства независимых случайных величин.
204. Свертка функций распределения и функций плотности.
205. Смешанные моменты второго порядка для случайных величин.
206. Свойства ковариации и коэффициента корреляции.
207. Ковариационная и корреляционная матрицы, их свойства.
208. Многомерное нормальное распределение.
209. Некоррелированность и независимость случайных величин их соотношение.
210. Сходимость полиномиального распределения к многомерному нормальному распределению.

211. Предельные теоремы при минимальных условиях на случайные величины.
212. Закон больших чисел Чебышёва.
213. Сходимость частоты числа "успехов" в схеме Бернулли. Обобщение теорем.
214. Следствия из предельных теорем.
215. Философские аспекты предельных теорем в теории вероятностей, примеры применения законов больших чисел в различных областях знаний.
216. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
217. Функции распределения вероятностей СВ.
218. Плотность распределения вероятностей НСВ и ее свойства.
219. Нормальное распределение: а) числовые характеристики; б) вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины; в) правило трех сигм.
220. Понятие о теореме Ляпунова.
221. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального.
222. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.
223. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.
224. Функция 2-х случайных аргументов. Устойчивость нормального распределения: а) Распределение «Хи-квадрат»; б) Распределение Стьюдента.
225. Системы 2-х случайных величин: а) Закон распределения вероятностей дискретной СВ; б) функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
226. Плотность совместного распределения вероятностей НСВ (двумерная плотность).
227. Вероятностный смысл двумерной СВ.
228. Свойства двумерной плотности вероятности.
229. Отыскания плотностей вероятности составляющих двумерной СВ.
230. Условные законы распределения составляющих системы дискретных СВ и НСВ.
231. Условное математическое ожидание.
232. Числовые характеристики систем двух СВ.
233. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции.
234. Нормальный закон распределения на плоскости.
235. Линейная регрессия, линейная корреляция, нормальная корреляция.
236. Выборочный метод. Задачи математической статистики.
237. Генеральная и выборочная совокупность. Способы отбора.
238. Статистическое распределение выборки.
239. Эмпирическая функция распределения.
240. Полигон и гистограмма.
241. Статистические оценки параметров распределения. Выборочная средняя.
242. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.
243. Групповая и общая средняя. Выборочная дисперсия.
244. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ , для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ (альфа), для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
245. Метод наибольшего правдоподобия. Другие характеристики вариационного ряда.
246. Методы расчета сводных характеристик выборки: а) условные варианты; б) условные эмпирические моменты; в) метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсий.

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС по направлению подготовки 03.03.02 «Физика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07 августа 2020г №891

Программу составил:

Доцент кафедры «Математический анализ» _____ Албогачиева М.М.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № 6 от 27 февраля 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета

Протокол № 7 от « 13 » марта 2025 года

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой